

1. $\triangle ABC$ 重心為 G 、內心為 I , $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$, 則

$$(a) \quad \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$$

$$(b) \quad \overrightarrow{AI} = \frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BI} = \frac{a}{a+b+c}\overrightarrow{BA} + \frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CI} = \frac{a}{a+b+c}\overrightarrow{CA} + \frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{CB}$$

$$(c) \quad \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$$

$$(d) \quad \overrightarrow{OI} = \frac{a}{a+b+c}\overrightarrow{OA} + \frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{OB} + \frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{OC}$$

2. O 任一點, 若 P 為 $\triangle ABC$ 內部任一點, 且 $\triangle ABP$ 面積: $\triangle BCP$ 面積: $\triangle CAP$ 面積 = $m : k : l$, 且 $\overrightarrow{AP}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D

$$(a) \quad \overline{BD} : \overline{DC} = m : l$$

$$(b) \quad \overline{AP} : \overline{PD} = (m + l) : k$$

$$(c) \quad \overrightarrow{OP} = \frac{k}{k+l+m}\overrightarrow{OA} + \frac{l}{k+l+m}\overrightarrow{OB} + \frac{m}{k+l+m}\overrightarrow{OC}$$

3. 若 $m\overrightarrow{AP} + k\overrightarrow{BP} + l\overrightarrow{CP} = \vec{0}$, 則 $\triangle BCP$ 面積: $\triangle CAP$ 面積: $\triangle ABP$ 面積 = $|m| : |k| : |l|$

(注意: m, k, l 可能為負)

4. 孟氏定理 Menelaus Theorem 三角形 ABC 中, 直線 AB 上一點 F , 直線 BC 上一點 D , 直線 AC 上一點 E

若 F, E, D 共線, 則 $(\overline{AF}/\overline{FB}) * (\overline{BD}/\overline{CD}) * (\overline{CE}/\overline{EA}) = 1$